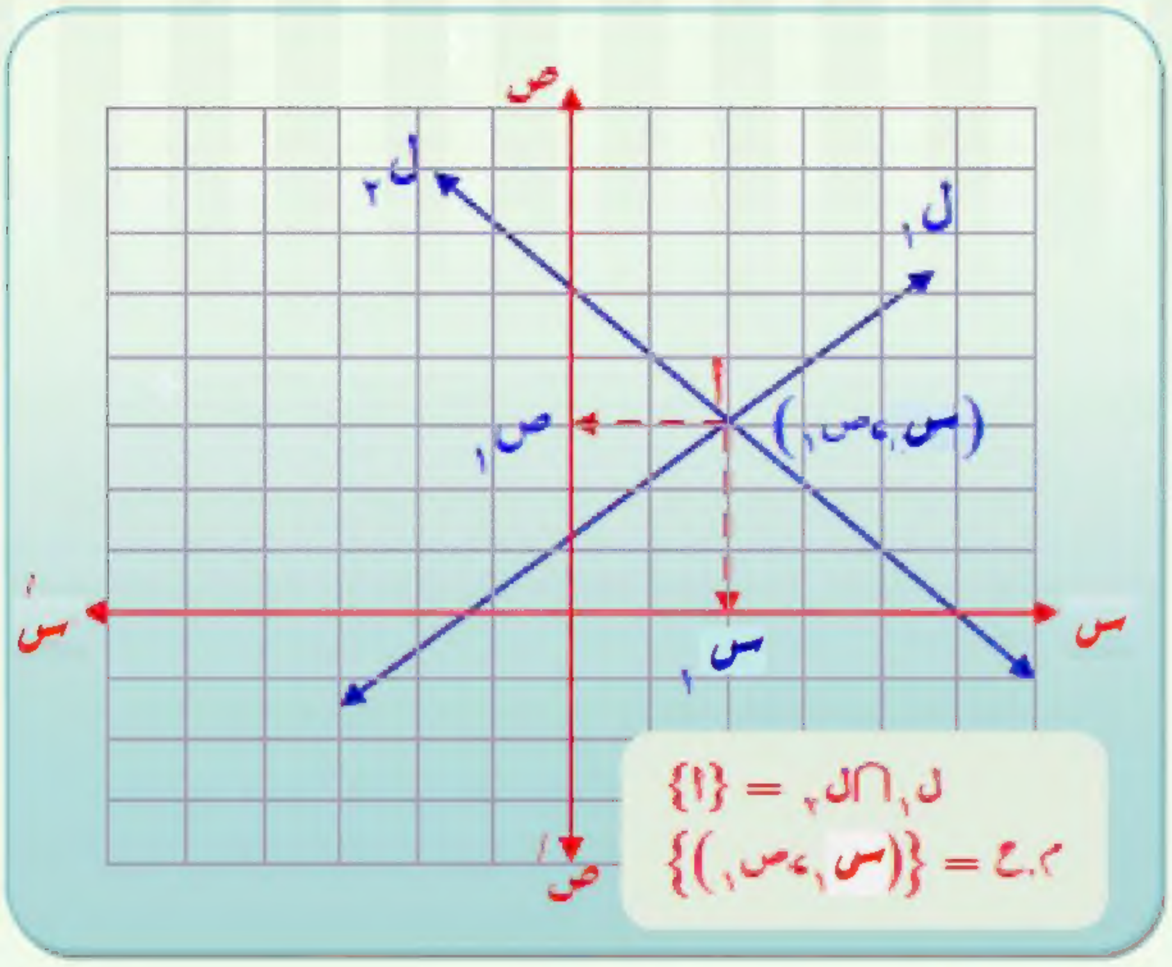
## الدرس الأول
# حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين بيانيًا وجبريًا

### أولًا: حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًّا

لحل معادلتين من الدرجة الأولى بيانيًّا نمثل المعادلتين بيانياً بالمستقيمين $ل_1 ، ل_2$ على شكل واحد فى المستوى الديكارتى

حيث: $\begin{cases} ل_1: أ_1 س + ب_1 ص = جـ_1 \\ ل_2: أ_2 س + ب_2 ص = جـ_2 \end{cases}$




**وتوجد ثلاث حالات:-**

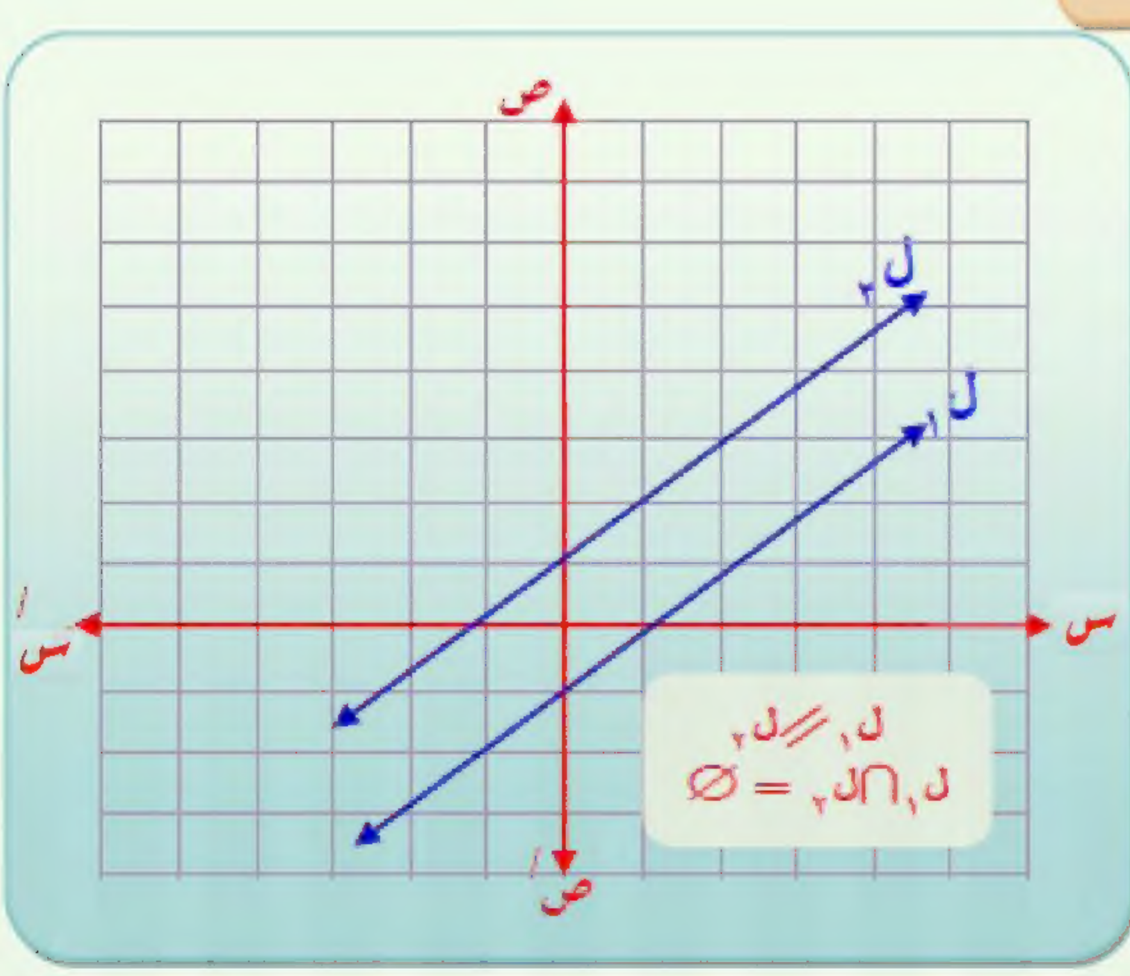
#### الحالة الأولى:

إذا كان $\frac{أ_1}{أ_2} \neq \frac{ب_1}{ب_2}$

فإن المستقيمان **متقاطعان** فى نقطة واحدة ويوجد للمعادلتين حل وحيد.

**لاحظ أن**

$\frac{أ_1}{أ_2} \neq \frac{ب_1}{ب_2} \Leftarrow \frac{-أ_1}{ب_1} \neq \frac{-أ_2}{ب_2}$ أى أن ميل $ل_1 \neq$ ميل $ل_2$




#### الحالة الثانية:

إذا كان $\frac{أ_1}{أ_2} = \frac{ب_1}{ب_2} \neq \frac{جـ_1}{جـ_2}$

فإن المستقيمان **متوازيان**

ومجموعة الحل $= \varnothing$ ، وعدد الحلول = صفر

**لاحظ أن**

$\frac{أ_1}{أ_2} = \frac{ب_1}{ب_2} \Leftarrow \frac{-أ_1}{ب_1} = \frac{-أ_2}{ب_2}$ أى أن ميل $ل_1 =$ ميل $ل_2$ ، $\frac{ب_1}{ب_2} \neq \frac{جـ_1}{جـ_2} \Leftarrow \frac{جـ_1}{ب_1} \neq \frac{جـ_2}{ب_2}$

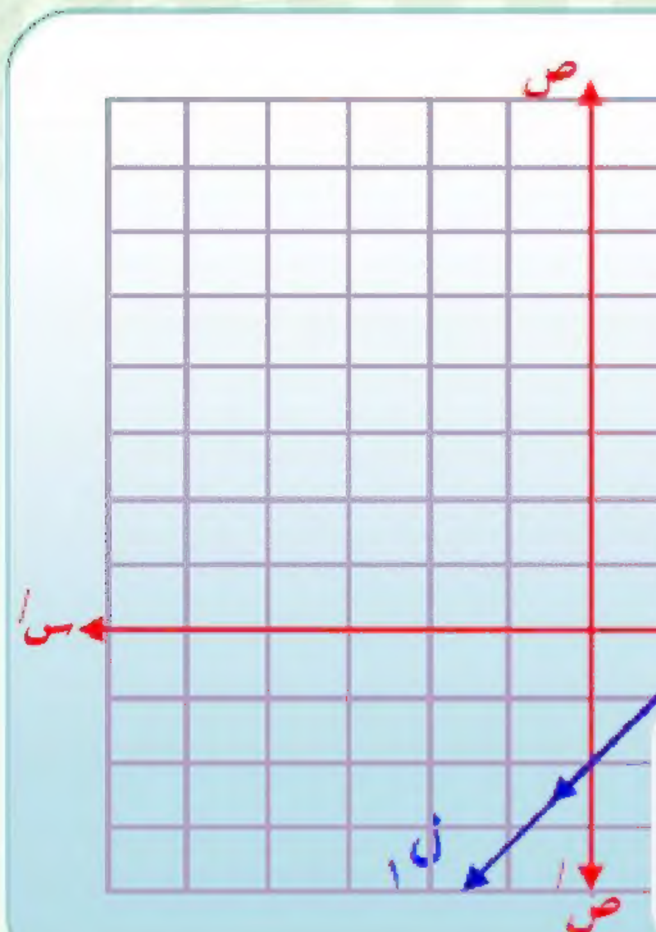
أى أن طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم $ل_1 \neq$ طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم $ل_2$

### الحالة الثالثة:

إذا كان $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{جـ_١}{جـ_٢}$

فإن المستقيمان منطبقان

ويوجد عدد لا نهائي من الحلول




$ل_١ ، ل_٢$ منطبقان

$ل_١ \cap ل_٢ = ل_١$ أو $ل_٢$

**لاحظ أن**

$\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} \Leftarrow \frac{-أ_١}{ب_١} = \frac{-أ_٢}{ب_٢}$ أي أن ميل $ل_١$ = ميل $ل_٢$

$\frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{جـ_١}{جـ_٢} \Leftarrow \frac{جـ_١}{ب_١} = \frac{جـ_٢}{ب_٢}$ أي أن:

طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم $ل_١$ = طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم $ل_٢$

## ثانيًا: حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين وجبريًا

يمكن حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين جبريًا بطريقتين مختلفتين؛وهما طريقة التعويض وطريقة الحذف كما يتضح من الأمثلة الأتية:

**مثال:** أوجد مجموعة حل المعادلتين: ٢س + ص = ٥ (١) ٤س − ص = ١ (٢) في ح × ح

**الحل:**

**أولًا: بطريقة التعويض:**

(أ) نكتب أحد المتغيرين ص أو س بدلالة المتغير الآخر من المعادلة الأولى أو الثانية.

وبذلك تكون المعادلة: (١) ص = ٥ − ٢س ← (٣)

(ب) بالتعويض فى (٢)

∴ ٤س − (٥ − ٢س) = ١ ∴ ٤س − ٥ + ٢س = ١

∴ ٦س = ٥ + ١ ∴ ٦س = ٦ (بالقسمة على ٦)

∴ س = $\frac{٦}{٦}$ ∴ $\boxed{\text{س} = ١}$

(جـ) نستخدم قيمة س = ١ بالتعويض بها فى المعادلة (٣)

أى أن: ص = ٥ − ٢ × ١ ∴ $\boxed{\text{ص} = ٣}$

∴ م.ح = {(١، ٣)}

**ثانيًا: بطريقة الحذف:**

(أ) إعادة كتابة المعادلتين وملاحظة معامل كل من س ، ص

هكذا: ٢س + ص = ٥ ← (١)

٤س − ص = ١ ← (٢)

(ب) بجمع المعادلتين (١) ، (٢)

∵ ٦س = ٦ ∴ س = $\frac{٦}{٦}$ ∴ $\boxed{\text{س} = ١}$

(جـ) بالتعويض فى أى من المعادلتين (١) أو (٢)

بالتعويض فى (١) مثلًا:

∵ ٢ × ١ + ص = ٥ ∴ ص = ٥ − ٢

∴ $\boxed{\text{ص} = ٣}$ ∴ م.ح = {(١، ٣)}

**لاحظ أن:**

معامل ص فى المعادلة (١) هو المعكوس الجمعى لمعامل ص فى المعادلة (٢) ؛ لذا إذا قمنا بجمع المعادلتين ؛ فإن ذلك يؤدى إلى حذف الحدود التى تحتوى على المجهول ص.

# الدرس الثانى: حل معادلتة من الدرجة الثانية فى متغير واحد بيانيًا وجبريًا

## أولًا: الحل البيانى:

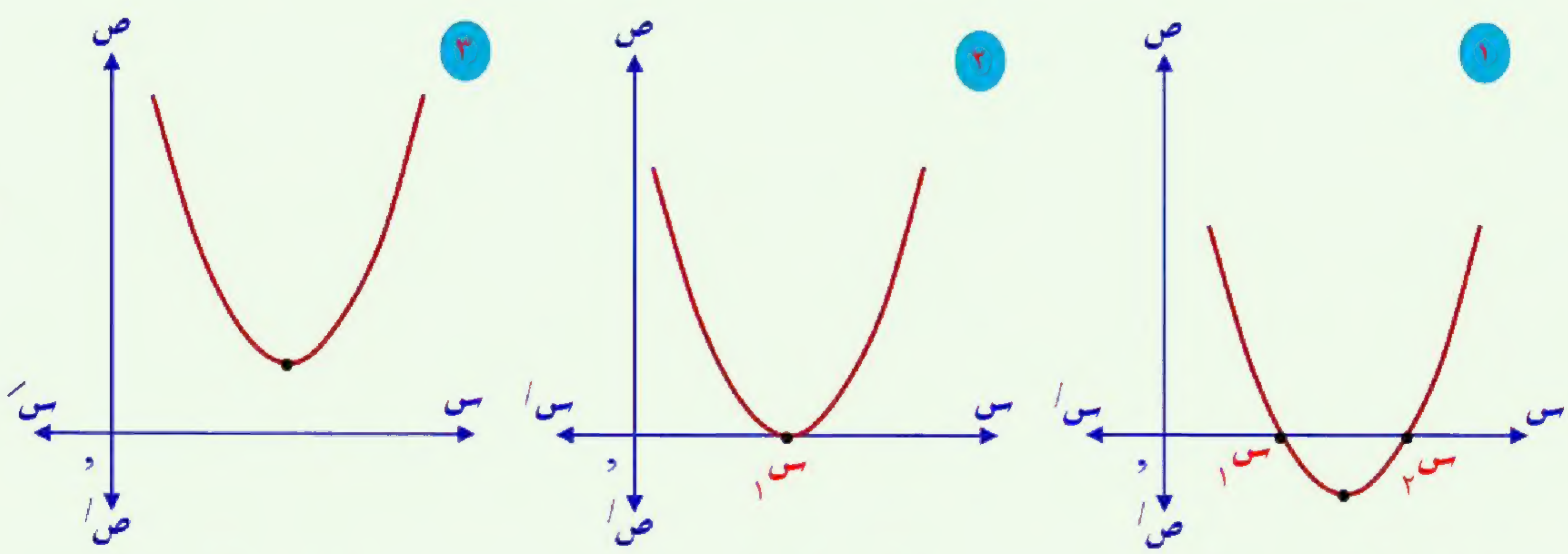
- الصورة العامة للمعادلة التربيعية (معادلة الدرجة الثانية) فى متغير واحد هى:

  أ س$^{٢}$ + ب س + جـ = ٠ حيث أ، ب، جـ ∈ ح، أ ≠ صفر.

- الدالة التربيعية: د حيث د(س) = أ س$^{٢}$ + ب س + جـ تسمى الدالة المناظرة للمعادلة:

  أ س$^{٢}$ + ب س + جـ = ٠ ويسمى المنحنى الممثل لهذه المعادلة بقطع مكافئ.

- حل المعادلة التربيعية بيانيًا هو إيجاد مجموعة الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة التربيعية المناظرة لهذه المعادلة مع محور السينات، وهناك ثلاث حالات:




م ح = {س$_{١}$، س$_{٢}$}    م ح = {س$_{١}$}    م ح = ∅

### ملاحظات مهمة

١ فى المعادلة أ س$^{٢}$ + ب س + جـ = صفر

أ يسمى معامل س$^{٢}$ ، ب يسمى معامل س ، جـ يسمى الحد المطلق

٢ إذا كانت د(س) = أ س$^{٢}$ + ب س + جـ فإن:

- الإحداثى السينى رأس المنحنى: س = $\frac{-ب}{٢أ}$ وتكون نقطة رأس المنحنى هى: $\left(\frac{-ب}{٢أ}، د\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$
- عندما أ < ٠ فإن القيمة العظمى = د$\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)$ ويكون المنحنى مفتوحًا لأسفل.
- عندما أ > ٠ فإن القيمة الصغرى = د$\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)$ ويكون المنحنى مفتوحًا لأعلى.

### ثانيًا: حل المعادلة التربيعية جبريًا باستخدام القانون العام:

بفرض المعادلة $أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر$

حيث أ معامل $س^{٢}$، ب معامل س، جـ الحد المطلق

حيث $أ \in ح، ب \in ح، جـ \in ح، أ \neq صفر$.

يكون حل المعادلة باستخدام القانون العام:

$$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

#### معلومة إثرائية

المقدار "$ب^{٢} - ٤ أ جـ$" يسمى مميز المعادلة التربيعية، فإذا كان:

1. $ب^{٢} - ٤ أ جـ > صفر$ يوجد للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.
2. $ب^{٢} - ٤ أ جـ = صفر$ يوجد للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (جذرمكرر مرتين)
   حيث $س = \frac{- ب}{٢ أ}$، ومنحنى الدالة يمس محور السينات فى النقطة $\left(\frac{-ب}{٢ أ}، ٠\right)$ .
3. $ب^{٢} - ٤ أ جـ < صفر$ لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية.

# الدرس الثالث: حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

والأن سوف نقوم بحل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية، ويعتمد الحل على طريقة التعويض؛ ولذا سنتبع الخطوات الآتية:

- ابدأ بمعادلة الدرجة الأولى ومنها أكتب أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر (س بدلالة ص أو ص بدلالة س)
- نعوض عن س بدلالة ص أو ص بدلالة س فى معادلة الدرجة الثانية ثم نحلها لإيجاد قيمة أحد المتغيرين.
- نعوض فى معادلة الدرجة الأولى لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

**مثال:** أوجد في ح × ح مجموعة الحل للمعادلتين:

$س^2 + ص^2 = ١٨$ ⟵ (١) ، $\boxed{ص = س + ٦}$ ⟵ (٢)

**الحل:**

من(٢) وبالتعويض فى (١) عن قيمة ص نجد أن:

$س^2 + (س + ٦)^2 = ١٨$ $\qquad$ $س^2 + س^2 + ١٢س + ٣٦ = ١٨$

$٢س^2 + ١٢س + ١٨ = ٠$ $\qquad$ $(÷ ٢)$

$س^2 + ٦س + ٩ = ٠$ $\qquad$ $(س + ٣)^2 = ٠$

$\therefore س + ٣ = ٠$ $\qquad$ $\therefore س = -٣$ $\qquad$ بالتعويض فى (٢)

$\therefore ص = -٣ + ٦$ $\qquad$ $\therefore ص = ٣$ $\qquad$ $\therefore م.ح = \{(-٣ ، ٣)\}$

# الدرس الأول: مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود

**تعريف:** إذا كانت د دالة كثيرة حدود فى س فإن مجموعة قيم س التى تجعل د (س) = صفر

تسمى: مجموعة أصفار الدالة د ، ونرمز لها بالرمز ص(د)

أى أن: ص(د)= مجموعة الحل للمعادلة د (س) = صفر فى ع .

**ملحوظة:** للحصول على أصفار الدالة د نضع د(س )= صفر ونحل المعادلة الناتجة

**مثال:** أوجد مجموعة أصفار كل دالة من الدوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية في ع :

١ د (س) = ٥س – ١٥

٢ د (س) = س$^{٢}$ – ٤

٣ د (س) = س$^{٢}$ – ٣س + ٢

٤ د (س) = س$^{٢}$ + ٦س + ٩

**الحل:**

١ نضع د (س) = صفر

∴ ٥س – ١٥ = ٠

∴ ٥س = ١٥

∴ س = $\frac{١٥}{٥}$ = ٣

∴ ص(د) = {٣}

٢ نضع د (س) = صفر

∴ س$^{٢}$ – ٤ = ٠

∴ س$^{٢}$ = ٤

∴ س = ٢ أو س = –٢

∴ ص(د) = {٢،–٢}

٣ نضع د (س) = صفر

∴ س$^{٢}$ – ٣س + ٢ = ٠

∴ (س – ٢)(س – ١) = صفر

∴ س – ٢ = ٠ أو س – ١ = ٠

∴ س = ٢ أو س = ١

∴ ص(د) = {٢،١}

٤ نضع د (س) = صفر

∴ س$^{٢}$ + ٦س + ٩ = ٠

∴ (س + ٣)$^{٢}$ = ٠

∴ س + ٣ = ٠

∴ س = –٣

∴ ص(د) = {–٣}

**ملاحظات هامة:**

١ إذا كان د (س) = س$^{٢}$ + ا حيث ا ∈ ع$^{*}$ فإن ص(د) = ∅ وهذه الدالة ليس لها أصفار حقيقية.

٢ إذا كان د (س) = ا حيث ا ∈ ع$^{*}$ فإن ص(د) = ∅ (ا أى عدد حقيقى غير الصفر).

٣ إذا كان د (س) = ٠ فإن ص(د) = ع .

# الدرس الثاني دالة الكسر الجبري

**تعريف:**

- الكسر الجبرى هو ناتج قسمة كثيرتى حدود وتكون كثيرة الحدود التى فى المقام لا تساوى صفرًا
- $ن(س) = \frac{د(س)}{م(س)}$ ← كثيرة حدود (البسط)، ← كثيرة حدود (المقام)، $م(س) \neq ٠$
- لاحظ أن: مجال الدالة الكسرية الجبرية $=ح-$ مجموعة أصفار دالة المقام.

**ملحوظة**

إذا كانت $ن$ دالة كسر جبرى حيث $ن(س) = \frac{د(س)}{م(س)}$ فإن مجموعة أصفار $ن$ هى مجموعة قيم المتغير س التى تجعل $د(س) =$ صفر بشرط $م(س) \neq$ صفر

**أى أن:**

مجموعة أصفار دالة الكسر الجبرى = مجموعة أصفار البسط − مجموعة أصفار المقام.

**المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر**

- إذا كان $ن_١(س)$ كسرًا جبريًا فإن:

مجال $ن_١ = ح - س_١$ (حيث $س_١$: هى مجموعة أصفار مقام $ن_١(س)$)

- إذا كان $ن_٢(س)$ كسرًا جبريًا فإن:

مجال $ن_٢ = ح - س_٢$ (حيث $س_٢$: هى مجموعة أصفار مقام $ن_٢(س)$)

ويكون المجال المشترك للكسرين $= ح - (س_١ \cup س_٢)$

$= ح -$ مجموعة أصفار مقامى الكسرين الجبريين.

**قاعدة هامة**

المجال المشترك لعدة كسور جبرية $= ح -$ مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور.

# الدرس الثالث تساوي كسرين جبريين

## أولًا: اختزال الكسر

- وضع الكسر الجبرى فى أبسط صورة يسمى باختزال الكسر الجبرى.
- الكسر الجبرى يمكن اختزاله إذا كان البسط والمقام يحتويان على عامل مشترك.
- وضع الكسر الجبرى فى أبسط صورة يعنى عدم وجود عوامل مشتركة بين بسطه ومقامه خلاف الواحد الصحيح.

مثلًا: بسط ومقام الكسر $\left(\frac{٣٠}{٣٥}\right)$ يحتويان على عامل مشترك أعلى هو ٥ $\therefore \frac{٣٠}{٣٥} = \frac{٦}{٧}$

**لاحظ:**
يقال: إن الكسر الجبرى فى أبسط صورة إذا كان العامل المشترك بين بسطه ومقامه هو الواحد الصحيح فقط.

### خطوات اختزال الكسر الجبرى:

- خطوة(١):نحلل كلًا من البسط والمقام تحليلًا كاملًا.
- خطوة(٢):نعين مجال الكسر الجبرى قبل حذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام.
- خطوة(٣):نحذف العوامل المشتركة من البسط والمقام للحصول على أبسط صورة.

## ثانيًا: تساوى كسرين

متى يتساوى الكسران الجبريان؟

يقال لكسرين جبريين $ن_١$، $ن_٢$ إنهما متساويان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا:

١ مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$

٢ تم اختزال $ن_١$، $ن_٢$ إلى نفس الصورة؛ أى أن: $ن_١(س) = ن_٢(س)$ لكل $س \in$ المجال المشترك

أى أن: [قاعدة $ن_١$ = قاعدة $ن_٢$]

# الدرس الرابع: العمليات على الكسور الجبرية

## أولًا: جمع وطرح الكسور الجبرية:

١ $\frac{د_١(س)}{د_٢(س)} + \frac{د_٣(س)}{د_٢(س)} = \frac{د_١(س) + د_٣(س)}{د_٢(س)}$

، $\frac{د_١(س)}{د_٢(س)} - \frac{د_٣(س)}{د_٢(س)} = \frac{د_١(س) - د_٣(س)}{د_٢(س)}$

٢ $\frac{د_١(س)}{د_٢(س)} + \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)} = \frac{د_١(س) \times د_٤(س) + د_٣(س) \times د_٢(س)}{د_٢(س) \times د_٤(س)}$

، $\frac{د_١(س)}{د_٢(س)} - \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)} = \frac{د_١(س) \times د_٤(س) - د_٣(س) \times د_٢(س)}{د_٢(س) \times د_٤(س)}$

### خطوات جمع أو طرح كسرين جبريين

١ ترتيب حدود كل من بسط ومقام كل كسر على حدةٍ تنازليًا أو تصاعديًا حسب أُس المتغير.

٢ تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن.

٣ إيجاد المجال المشترك.

٤ اختزال كل كسر على حدةٍ.

٥ توحيد المقامات.

٦ إجراء عملية الجمع أو الطرح.

٧ وضع الناتج فى أبسط صورة ممكنة.

## ثانيًا: ضرب وقسمة الكسور الجبرية:

### ضرب كسرين جبريين

إذا كان $ن_١$، $ن_٢$ كسرين جبريين حيث $ن_١(س) = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)}$، $ن_٢(س) = \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)}$

فإن: $ن_١(س) \times ن_٢(س) = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} \times \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)} = \frac{د_١(س) \times د_٣(س)}{د_٢(س) \times د_٤(س)}$

ويكون مجال $[ن_١ \times ن_٢] = ع - \{ص(د_٢) \cup ص(د_٤)\}$

## قسمة الكسور الجبرية

- المعكوس الضربى للكسر الجبرى:

لكل كسر جبرى $ن(س) \neq$ صفر يوجد معكوس ضربى هو مقلوب الكسر ويرمز له بالرمز $ن^{-1}(س)$

فإذا كان $ن(س) = \frac{س+1}{س-3}$ فإن $ن^{-1}(س) = \frac{س-3}{س+1}$

حيث مجال $ن = ح - \{3\}$ ، مجال $ن^{-1} = ح - \{-1، 3\}$

**بصفة عامة**

لكل كسر جبرى $ن(س) \neq 0$ حيث $ن(س) = \frac{د_1(س)}{د_2(س)}$ يوجد معكوس ضربى يرمز له بالرمز $ن^{-1}(س)$ حيث $ن^{-1}(س) = \frac{د_2(س)}{د_1(س)}$،

مجال $ن = ح - \{ص(د_2)\}$، مجال $ن^{-1} = ح - \{ص(د_1) \cup ص(د_2)\}$

## قسمة كسرين جبريين

إذا كان $ن_1$، $ن_2$ كسرين جبريين حيث $ن_1(س) = \frac{د_1(س)}{د_2(س)}$، $ن_2(س) = \frac{د_3(س)}{د_4(س)}$

فإن: $ن_1(س) \div ن_2(س) = \frac{د_1(س)}{د_2(س)} \div \frac{د_3(س)}{د_4(س)} = \frac{د_1(س)}{د_2(س)} \times \frac{د_4(س)}{د_3(س)}$

ويكون مجال $[ن_1 \div ن_2]$ = المجال المشترك لكل من $ن_1$، $ن_2$، $ن_2^{-1}$

$= ح - \{ص(د_2) \cup ص(د_3) \cup ص(د_4)\}$

# الدرس الأول العمليات على الأحداث

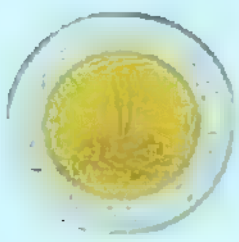
① **التجربة العشوائية:** هى تجربة نستطيع تحديد جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ولكن لا نستطيع تحديد أى من هذه النواتج سيتحقق فعلًا عند إجراء التجربة.

② **فضاء العينة (ف):** هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.

**فمثلًا:** فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فقط وملاحظة الوجه العلوى فإن فضاء النواتج هو:

ف = {ص، ك}

حيث: ص تعنى صورة ، ك تعنى كتابة



وفى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن فضاء النواتج هو ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

③ **الحدث:** هو مجموعة جزئية من فضاء النواتج(العينة) «ف».

وإذا رمزنا لحدث ما بالرمز أ فإن: أ ⊂ ف

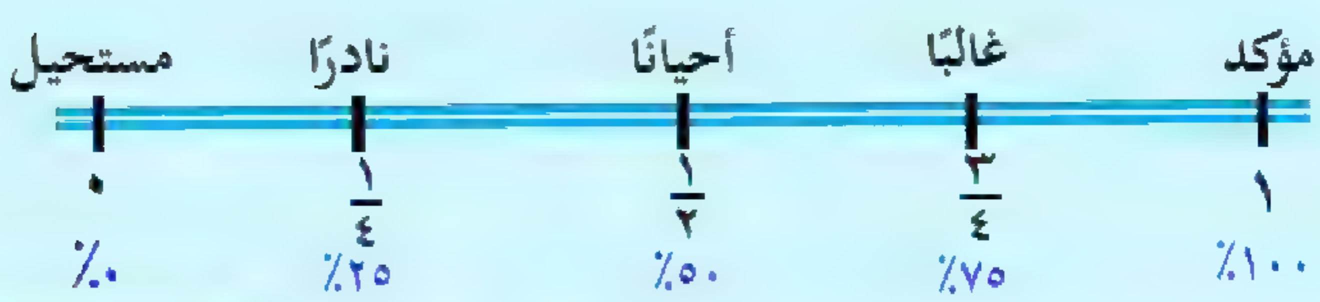
- الحدث جـ يساوى «ف» وهو يشتمل على جميع عناصر العينة؛ وهو حدث من المؤكد وقوعه لذا يسمى **الحدث المؤكد**.
- الحدث ء = ∅ وهو حدث يستحيل وقوعه؛ لذا يسمى الحدث ∅ **بالحدث المستحيل**.
- وقوع الحدث: يقع الحدث إذا ظهر أى عنصر من عناصره عند إجراء التجربة.
- **احتمال وقوع الحدث:**

إذا كان أ ⊂ ف فإن احتمال وقوع الحدث أ ويرمز له بالرمز ل(أ) هو :

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

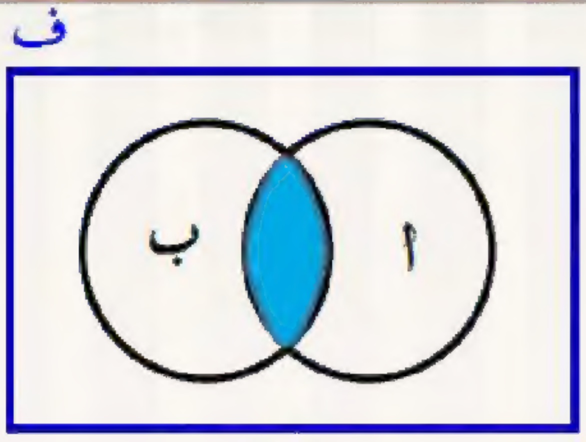
- ويمكن كتابة الاحتمال فى صورة كسر أو نسبة مئوية.

والشكل التالى يوضح إمكانية وقوع الحدث طبقًا لقيمة احتماله:



## العمليات على الأحداث:

### أولًا: التقاطع:

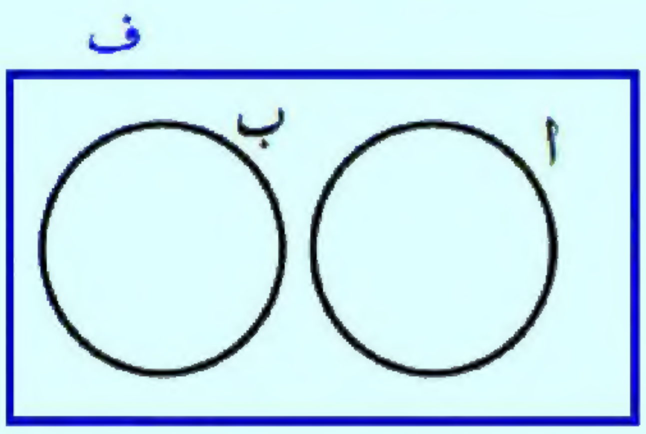



$أ \cap ب$

إذا كان أ، ب حدثين فى فضاء العينة «ف» فإن الحدث

$أ \cap ب$ يعنى حدث وقوع الحدثين أ، ب معًا.

## الحدثان المتنافيان:




يقال لحدثين أ، ب من فضاء العينة لتجربة عشوائية إنهما متنافيان (مانعان) إذا كان $\boxed{أ \cap ب = \emptyset}$

أى أن: وقوع أحدهما ينفى (يمنع) وقوع الآخر.

فمثلًا: فى تجربة إلقاء حجر نرد يكون:

$ف = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$

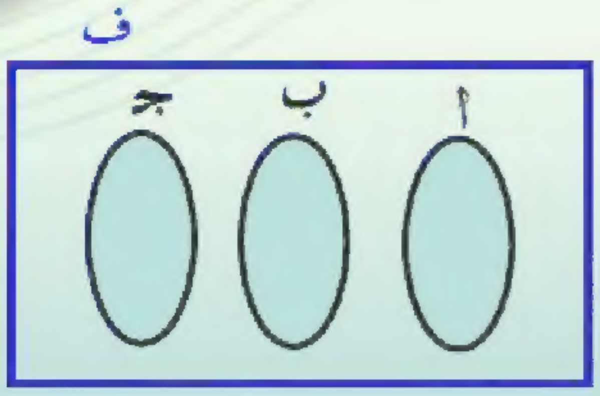
$أ =$ حدث ظهور عدد فردى $= \{١، ٣، ٥\}$

$ب =$ حدث ظهور عدد زوجى $= \{٢، ٤، ٦\}$

$\because أ \cap ب = \emptyset$ $\therefore$ أ، ب حدثان متنافيان، ويكون:

$$ل(أ \cap ب) = ل(\emptyset) = \frac{\text{عدد عناصر } \emptyset}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{\text{صفر}}{\text{عدد عناصر ف}} = \text{صفر}$$

### ملحوظة



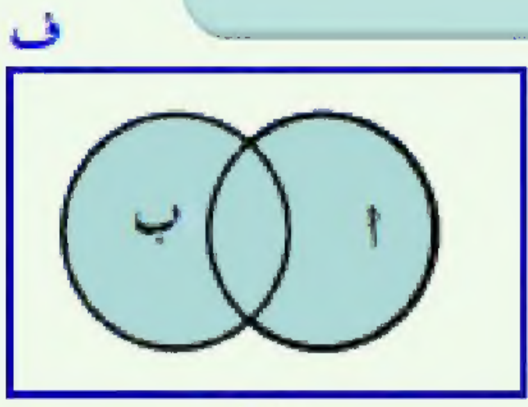

يقال لعدة أحداث: أنها متنافية إذا كانت متنافية مثنى مثنى.

لأى ثلاثة أحداث أ،ب،جـ من فضاء عينة ف

إذا كان أ ∩ ب = ∅، ب ∩ جـ = ∅، أ ∩ جـ = ∅

فإن أ،ب،جـ أحداث متنافية.

## ثانيًا: الاتحاد:



أ ∪ ب

**إذا كان أ،ب حدثين فى فضاء العينة ف فإن الحدث: أ ∪ ب (وتقرأ أ اتحاد ب)**

يعنى وقوع الحدث (أ) (أو) وقوع الحدث ب أو وقوع كليهما معًا (أى قوع أحدهما على الأقل).

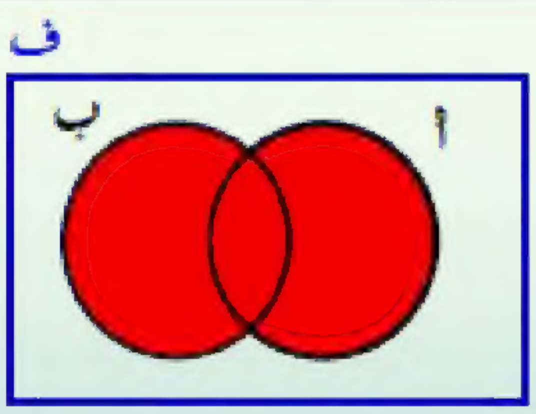
**استنتاج** ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

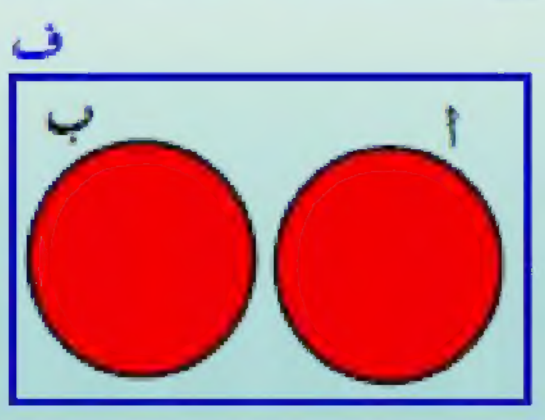
حيث: ل(أ) = احتمال وقوع الحدث أ ، ل(ب) = احتمال وقوع الحدث ب

ل(أ ∪ ب) = احتمال وقوع الحدث أ أو ب أو كليهما معًا، أى وقوع أحدهما على الأقل.

ل(أ ∩ ب) = احتمال وقوع الحدثين أ،ب معًا.

### قاعدة




- لأى حدثين أ،ب من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية يكون:

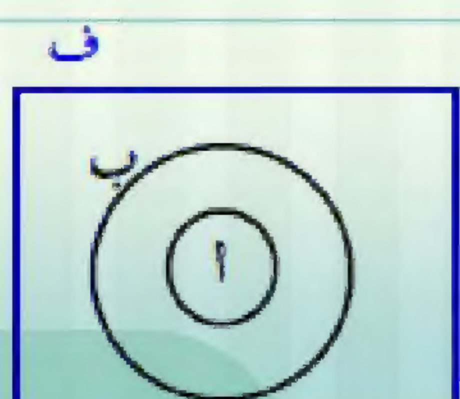
ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

- إذا كان أ،ب حدثين متنافيين فإن ل(أ ∩ ب) = صفر ويكون:

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

### ملحوظة

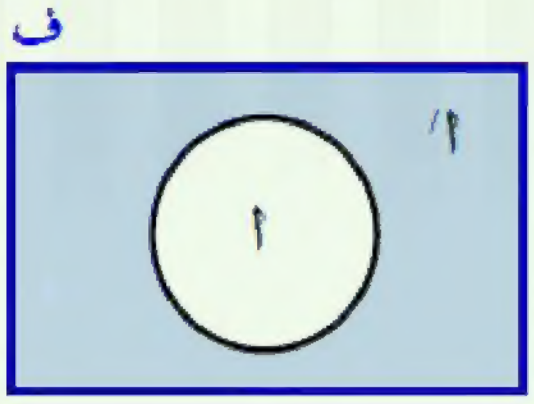



- إذا كان أ ⊂ ب فإن:

(أ) ل(أ ∩ ب) = ل(أ)     (ب) ل(أ ∪ ب) = ل(ب)

# الدرس الثاني: الحدث المُكمل والفرق بين حدثين

## ثالثًا: الحدث المكمل:

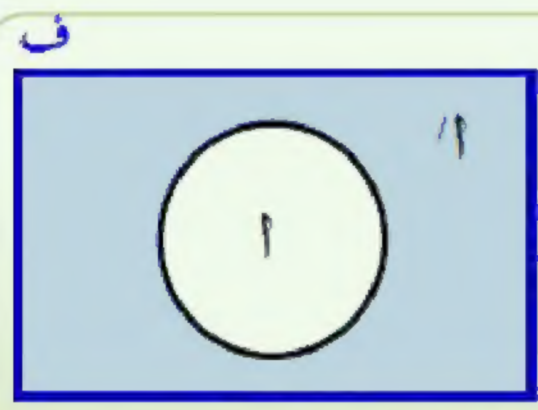



إذا كان أ ⊂ ف فإن الحدث المكمل للحدث: أ يرمز له بالرمز أ/

ويعني حدث عدم وقوع الحدث أ ويلاحظ أن:

أ ∪ أ′ = ف ، أ ∩ أ′ = ∅

### قاعدة




لأى حدث أ من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية يكون:

أ ∩ أ′ = ∅ (أ، أ/ حدثان متنافيان)، أ ∪ أ′ = ف

∴ ل(أ ∪ أ′) = ل(ف)

∴ ل(أ) ∪ ل(أ′) = ١

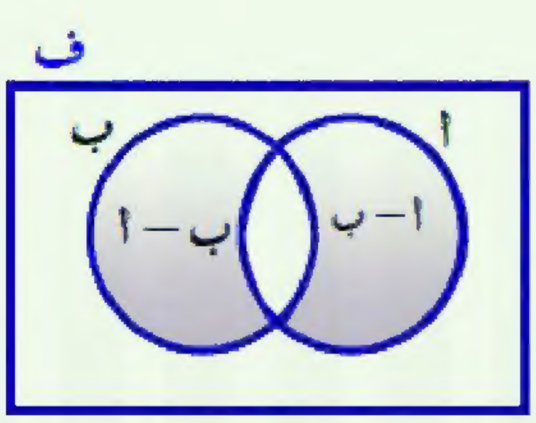
ويكون ل(أ′) = ١ − ل(أ)، ل(أ) = ١ − ل(أ′)

**لاحظ أن:**

ل(ف) = $\frac{\text{ن(ف)}}{\text{ن(ف)}}$

ل(ف) = ١

## رابعًا: الفرق بين حدثين:




إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما فإن:

- (أ − ب) هو حدث وقوع أ وعدم وقوع ب أو وقوع أ فقط.
- (ب − أ) هو حدث وقوع ب وعدم وقوع أ أو وقوع ب فقط.

**قاعدة**

حيث أن $(\text{أ} - \text{ب})$ ، $(\text{ب} - \text{أ})$ حدثان متنافيان

، $(\text{أ} - \text{ب}) \cup (\text{أ} \cap \text{ب}) = \text{أ}$ .

$\therefore$ $\text{ل}\left[(\text{أ} - \text{ب}) \cup (\text{أ} \cap \text{ب})\right] = \text{ل}(\text{أ})$ .

$\therefore$ $\text{ل}(\text{أ} - \text{ب}) + \text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ})$

$\therefore$ $\text{ل}(\text{أ} - \text{ب}) = \text{ل}(\text{أ}) - \text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})$

وبالمثل $\text{ل}(\text{ب} - \text{أ}) = \text{ل}(\text{ب}) - \text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})$